

فهرست مطالب

۷	مقدمه‌ی مترجم
۹	پیشگفتار
۱۱	چگونه تخمین بزنیم: روش فرمی
۱۴	اعداد را ساده‌تر کنید
۱۷	درباره‌ی چارچوب کتاب
۱۸	حرف آخر
۱۹	مسئله‌ها
	پیوست‌ها:
۱۷۸	(A)
۱۷۸	(B)
۱۸۰	(C)
۱۸۲	سپاسگزاری

مقدمه‌ی مترجم

دوستعلی معیرالملک که در سفر ناصرالدین شاه به قم همراه او بود در مورد تخمین اندازه دریاچه حوض سلطان توسط شاه قاجار چنین می‌نویسد: «درباره‌ی تعیین محیط دریاچه گفتگو شد و هر کسی حدسی زد. یکی گفت ۱۲ فرسنگ و دیگری هفده، سرانجام شاه یک بار دیگر نظری به دریاچه افکنده و گفت چون دامنه آب تا صحرای مسیله کشیده می‌شود باید دورش بیشتر باشد و بهتر است که ۲۴ فرسنگ نوشته شود. آنگاه سخن از گودی دریاچه به میان آمد. اکبرخان سیف‌السلطان نایب ناظر برادر مجدالدوله که در پیشگاه شاه مانند برادر جسور بود گفت: «این کار نیز چندان اشکالی ندارد، همان گونه که محیط را تعیین فرمودید عمق را نیز معلوم فرمایید.» شاه را بذله‌گویی او خوشش آمد و به قهقهه خندید و در حالی که از گوشه چشم در نایب ناظر می‌نگریست گفت: «عمق را نیز تا بیست ذرع بنویسید.»^۱

جهانگیر میرزا، عموی ناصرالدین شاه، نیز در مورد تعداد شاخ‌های موجود در مناره آرامگاه شمس تبریزی می‌نویسد: «در خارج شهر خوی، آبادانی و محله‌ای است. در این محله دو منار است در جنب همدیگر که بسیار قدیم ساخته شده و هر دو منار از کله کوچ شکاری است که به دور منار، عوض آجر گذاشته‌اند و شاخ قوچ‌ها را به ترکیب مستحسن به دور منار ترتیب داده‌اند، مترجم منارها را دیده، در حال تحریر که قدری از منارها تخریب شده تخمیناً پانزده هزار کله کوچ شکاری در آن منارها کار شده است.»^۲

این دو نمونه از تخمین یک شاه سفر کرده و اروپا دیده و یک روشنفکر اهل کتاب هم عصرش است. تخمین هر دو غیرعلمی، بر پایه حدس و گمان خام و بدون هیچ مبنای منطقی و یا ریاضی است.

ناصرالدین شاه که از کنار دریاچه رد شده بود، می‌توانست طول دریاچه را بر حسب زمان عبور از کنار آن حدس بزند و به تقریب مساحت این دریاچه را

۱. یادداشت‌هایی از زندگانی خصوصی ناصرالدین شاه، نوشته دوستعلی خان معیرالملک، نشر تاریخ ایران، ۱۳۶۱.

۲. آثار البلاد و اخبار العباد، زکریای قزوینی، ترجمه با اضافات از جهانگیر میرزا، ویرایش میرهاشم محدث، انتشارات امیرکبیر.

که ۲۴۰ کیلومتر مربع است پیدا کند. برای عمق آن می توانست نیز با در نظر گرفتن شیب زمین و یا نزدیک ترین ارتفاعات به دریاچه تخمین خود را دقیق تر کند. اعداد به دست آمده هرچند هم که با اعداد واقعی اختلاف می داشتند، دست کم بر پایه منطقی و ریاضی بودند.

جهانگیر میرزا نیز می توانست هر منار را به دو نیم استوانه تقسیم کرده و با احتساب ردیف شاخ ها در هر ردیف و شمردن تعداد ردیف ها در هر نیم استوانه و دوبرابر کردن آن ها به تقریب بسیار نزدیک تعداد شاخ قوچ ها را پیدا کند که در حدود هشتصد عدد است. هر دو می توانستند حدس خام و عامیانه ی خود را با به کارگیری محاسبه ریاضی، هرچند هم ابتدایی به حدسی تقریبی نزدیک تر کنند.

همه ی ما همه روزه با تخمین سروکار داریم و آگاهانه و یا ناآگاهانه آن را به کار می گیریم. برای مثال در مورد فاصله تا محل کار، زمان رسیدن به منزل دوست مان، احتمال وقوع یا بروز یک حادثه، تخمین افزایش قیمت ها، زمان پایان یافتن ساختمان خانه مان، زمان لازم برای ترجمه و یا تألیف یک کتاب، مدت ساختن یک چیز و... هزاران مورد دیگر تخمین می زنیم. این که تا چه حد این حدس ها، گمان ها، و تخمین ها با واقعیت جور می آیند، پس از وقوع آن ها مشخص می شود. بسیاری نزدیک به واقعیت، برخی تا حدودی نزدیک به واقعیت، و برخی دیگر به کلی دور از واقعیت از کار در می آیند.

چه شیوه هایی را می توانیم به کار گیریم تا تخمین ما تا آن جایی که ممکن است به واقعیت نزدیک تر باشد؟ این کتاب به ما نشان می دهد که چگونه با استفاده از شیوه ی تقریب انریکو فرمی تخمین بسیار دقیق تری بزنیم.

برای این که تخمین ها تا حد امکان با واقعیت جور در آیند این کتاب کمک بزرگی می کند. در این کتاب بسیاری از مسائل علمی زندگی، و تخمین هایی را که در زندگی روزمره با آن سروکار داریم می خوانیم. ممکن است که بعضی از تخمین ها دور از ذهن یا تخیلی به نظر برسند، ولی خود این تخمین ها یک ورزش فکری هستند. این کتاب ریاضیات عملی را به شیوه ای ساده که در زندگی روزمره به کار می آید آموزش می دهد.

دکتر محمدرضا توکلی صابری

پیشگفتار

چرا تخمین بز نیم

شما در اتوبوس نشسته‌اید و برای کار کمی دیر کرده‌اید. در اثر عجله ساعت خود را فراموش کردید بردارید و تلفن همراهتان در ته کیفتان است، بنابراین از خانمی که در کنارتان نشسته است می‌پرسید چه ساعتی است. او به ساعتش نگاه می‌کند که ۸ و ۳۳ دقیقه و ۴۶ ثانیه را نشان می‌دهد و می‌گوید «هشت و نیم»

آیا او دروغ گفت؟ چرا نگفت «هشت و سی و سه دقیقه و چهل و شش ثانیه صبح». ممکن است که ساعتش دقیق نبوده است. شاید که او هم عجله داشته است و نمی‌خواسته که وقت گرانبهایش را به صحبت با شما تلف کند. شاید هم متوجه شده که پس از این که جمله‌اش را تمام می‌کند ساعت ۸ و ۳۳ دقیقه و ۴۸ ثانیه می‌شود.

به دلایل مختلف هنگامی که افراد با اعداد سروکار دارند به ندرت چنین وقتی را به کار می‌برند. احتمال داشت که از نظر شما ساعت چه ۸ و ۳۳ دقیقه و ۴۶ ثانیه باشد چه ۸ و ۳۱ دقیقه و ۲۷ ثانیه فرقی نمی‌کرد، و خواندن اعداد اضافی، هم وقت شما را تلف می‌کرد و هم وقت او را. چه بگوییم «هشت و نیم» یا «یک کمی» چاشنی‌اش را اضافه کنیم می‌توانیم همه‌ی چیزها را تخمین بز نیم. اگر در سازمان فضایی آمریکا کار نمی‌کنیم، کمی بی‌دقتی برای صرفه‌جویی در وقت مبادله خوبی است، زیرا در بیشتر اوقات همه‌ی ما کارهای مهم‌تری داریم. اما تخمین زدن بیشتر مثل سراسر کردن (رُند کردن) ساعت تا نزدیک‌ترین دقیقه است. تخمین زدن یک ابزار فکری ارزشمندی است که به ما کمک می‌کند تا اعداد را به تصور درآوریم.

تخمین زدن مانند یک صافی فکری عمل می‌کند که هنگام تصمیم‌گیری

می‌توان آن را برای دور افکندن ایده‌های بد به کار برد. شما چه به تجارت اشتغال داشته باشید و بخواهید تصمیم بگیرید که چه محصولی را انتخاب کنید، چه نماینده‌ای باشید که می‌خواهد به ساختن یک دیوار در اطراف مرز مکزیک رای بدهد، یا فیزیکدانی که سعی دارد بوزن هیگز (Higgs Boson) را تشخیص دهد، تخمین زدن اولین کاری است که به عنوان آزمون امکان‌سنجی باید به کار بگیرید.

فرض کنید که شما کارمند دولت هستید و روی یک طرح دفاع موشکی کار می‌کنید. آیا بی‌درنگ روی آن کار می‌کنید و میلیاردها دلار پول مالیات دهندگان را تلف می‌کنید تا بعدها بفهمید که آیا اصلاً شانس متوقف کردن یک حمله هسته‌ای را داشته است یا نه؟ یا این که باید اول یک تخمین تقریبی از احتمال موفقیت این طرح بزنید و به احتمال در بودجه و وقت صرفه‌جویی کنید تا این که به یک طرح موجه برسید؟ اگر شما تخمین بزنید که این طرح ۹۰ درصد شانس موفقیت دارد، به طور قطعی آن را دنبال خواهید کرد. شاید اگر تخمین بزنید که فقط ۱۰ درصد شانس موفقیت دارد، باز هم آن را دنبال می‌کنید؟ اما اگر برآوردهای شما نشان دهد که شانس عملی شدن آن کم‌تر از بردن لاتاری است، انجام آن احمقانه نخواهد بود؟ حتی بدون داشتن مدرک عالی مهندسی چنین تخمین‌هایی ممکن است و برای گرفتن بعضی از تصمیم‌های حیاتی که همه روزه با آن مواجهیم ضروری باشد. چه این دفاع موشکی باشد یا عبور از خیابان. ما همیشه تخمین می‌زنیم و اگر پایه‌ی ریاضی خوبی داشته باشیم دقت ما را بیشتر می‌کند.

عادت به تخمین زدن چیزها علاوه بر آن که صافی فکری است، مهارت عددی شخص را تقویت می‌کند، به ویژه توانایی شخص را در متصور ساختن اعداد بسیار بزرگ (و بسیار کوچک). اگرچه ممکن است درکی از تفاوت میان یک میلیارد یا یک تریلیون نداشته باشید، تجربه‌ی استفاده از این اعداد سبب فهمیدن سریع آن‌ها می‌شود. شخص به سرعت «رهنمودهای عددی» پیدا می‌کند که مانند راهنمای مفهومی عمل می‌کند. برای مثال در لحظه‌ای که من این‌ها را می‌نویسم یک میلیارد عبارت است از یک هفتم جمعیت جهان و یک

تربیلیون یک یازدهم بدهی ملی آمریکا است. با یک حساب ساده و مختصری تمرین، شما هم می‌توانید هر چیزی را تخمین بزنید (هرچقدر هم که بزرگ یا کوچک باشد) و در این فرآیند به فهم مناسبی از اعداد بزرگ برسید.

چگونه تخمین بزنیم: روش فرمی

روش‌های بسیاری برای تقریب وجود دارد، اما یکی از قوی‌ترین آن‌ها روش فرمی است. قدرت آن از این حقیقت ناشی می‌شود که استفاده از آن هم آسان و هم سریع است و با کمی اطلاعات زمینه‌ای می‌توان آن را انجام داد. اگرچه روش کاملاً مشخصی برای تقریب فرمی وجود ندارد، اولین گام این است فرض‌هایی اساسی بسازید که منطقی به نظر می‌رسند و سپس این فرض‌ها را برای محاسبه آنچه که می‌خواهید بدانید به کار بگیرید.

فرض کنید من می‌خواهم بدانم چند برگ روی یک درخت وجود دارد. من می‌توانم ابتدا تخمین بزنم که هر شاخه دارای ۳۰ برگ است. برای یک درخت معین ۳۰ برگ شماره معقولی است که روی هر شاخه داشته باشد. سپس می‌توانم فرض کنم ۱۰ شاخه روی هر درخت وجود دارد. بعضی درختان شاخه‌های بیشتری دارند و برخی کم‌تر، ولی ۱۰ شاخه شماره‌ی معقولی است که روی هر درخت باشد. پس از آن می‌دانم که هر یک از این

آیا می‌دانستید...

انریکو فرمی (۱۹۵۴-۱۹۰۱) فیزیکدان ایتالیایی و برنده‌ی جایزه‌ی نوبل بود که به خاطر پژوهش‌هایش بر روی نظریه‌ی کوانتوم مشهور است. او به خاطر حل مسائل به ظاهر ناممکن با استفاده از تخمین درجه‌ی بزرگی شهرت دارد. نیمی از ذرات موجود عالم - فرمیون‌ها - نام او را بر خود دارند.

۱۰ شاخه ۳۰ برگ دارد، پس (۳۰ برگ در هر شاخه) \times (۱۰ شاخه در هر درخت) = ۳۰۰ برگ در هر درخت است. این مثال به قدر کافی ساده است، ولی برای مثال‌های پیچیده‌تر داشتن بعضی رهنمودهای اساسی مفید است.

۱. با آنچه که می‌دانید شروع کنید

ممکن است محاسبه کنید که هزینه‌ی تمام آجرهای لازم برای ساختن یک مدرسه‌ی جدید چقدر خواهد بود. شما نمی‌دانید که در ساختمان یک مدرسه چقدر آجر وجود دارد، بنابراین نمی‌توانید از اینجا شروع کنید. شاید چون می‌دانید هر آجر در حدود پانزده سانتی‌متر طول دارد، از اینجا شروع کنید. نیز می‌دانید ساختمان مدرسه در حدود ۳۰۰ متر طول دارد. از روی این طول محاسبه می‌کنید که ۲۰۰ آجر لازم است. در مرحله‌ی بعد حدس می‌زنید که ساختمان باید ۶ متر ارتفاع داشته باشد همه این‌ها تخمین‌های منطقی هستند. ممکن است هر کدام از این محاسبه‌ها چند درصدی تفاوت داشته باشند، اما اگر شما حدس زدن را با تعداد آجرها در تمامی ساختمان شروع کنید، ممکن است ۱۰ برابر، ۱۰۰ برابر و یا حتی بیشتر تفاوت داشته باشد. با تقریبی که از آن کاملاً مطمئن هستید شروع کنید و سپس چیزهایی را که از آن مطمئن نیستید محاسبه کنید.

۲. حذف واحدها را به کار ببرید تا راهی به پاسخ پیدا کنید

در مثال مربوط به برگ‌ها، می‌دانیم که تعداد معینی «برگ در هر شاخه» و تعداد معینی «شاخه در هر درخت» وجود دارد. شاید حذف کردن واحدها را در شیمی فراموش کرده باشید، اگر به یاد بیاورید که مانند ضرب و تقسیم اعداد است به قدر کافی ساده می‌شود. اگر «شاخه‌های هر درخت» را در «برگ‌های هر درخت» ضرب کنیم، با حذف کردن «شاخه‌ها» «برگ‌های هر درخت» به دست می‌آید.

$$\frac{۳۰۰ \text{ برگ}}{۱ \text{ درخت}} = \frac{۱۰ \text{ شاخه} \times ۳۰ \text{ برگ}}{۱ \text{ درخت}}$$

این یک عامل‌گیری ساده است. یک تقسیم بر یک برابر یک است. ۳۷ تقسیم بر ۳۷ برابر یک است. شاخه‌ها تقسیم بر شاخه‌ها برابر یک است، چیزها تقسیم بر چیزها برابر یک است. گاهی به یک رشته از واحدها نیاز دارید تا به پاسخ لازم برسید. برای مثال در محاسبه هزینه ساختمان مدرسه، ممکن است شما از این روش استفاده کنید: (X دلار به ازای یک آجر) \times (Y آجر در هر دیوار) \times (Z دیوار در هر ساختمان مدرسه) تا به پاسخ نهایی $Z \times Y \times X$ دلار برای ساختمان مدرسه برسید.

۳. بدترین حالت ممکن را در نظر بگیرید

گاهی قادر نخواهید بود تا با چیزی که حدس معقولی است شروع کنید. شاید بخواهید تعداد آموزگاران را که در محدوده‌ی شهر لوس آنجلس زندگی می‌کنند بدانید، ولی هیچ تصویری ندارید که از کجا شروع کنید. بسیار خوب، می‌دانید که به طور مطمئن بیشتر از ۱۰۰ معلم وجود دارد، زیرا این تعداد فقط دو مدرسه‌ی معمولی را پر می‌کند. نیز می‌دانید که باید کم‌تر از ۱۰ درصد کل جمعیت شهر (که در این حالت در حدود ۱ میلیون نفر است) باشد. در اینجا ما یک محدوده‌ی بالاتر و پایین‌تر داریم. اگرچه ممکن است که شما پاسخ را ندانید، اما به طور مطمئن می‌دانید که پاسخ چه چیزی نیست، و به این ترتیب اطلاعات دیگر و فرآیند حذف کردن را به کار بگیرید تا این که به تخمین بهتری برسید.

۴. از اینترنت استفاده کنید

از نگاه کردن به اینترنت برای پیدا کردن اعدادی که نمی‌دانید شرم نکنید. سایت (جایگاه‌های متعددی در اینترنت وجود دارد (گوگل، ویکی‌پدیا، و غیره) که برای این کار مفیدند.

در سراسر این کتاب من اغلب برای پیدا کردن ارقام (ثابت‌های فیزیکی، بودجه‌های دولتی، و غیره) که محاسبه آن‌ها جالب نیست و به یاد گرفتن فرآیند تقریب کمکی نمی‌کند به اینترنت نگاه کرده‌ام. به جز در جاهایی که

جنبه‌ی آموزشی دارد، من چیزی را که می‌توانم با یک جستجوی ساده در گوگل پیدا کنم، محاسبه نمی‌کنم و شما هم نباید چنین کنید.

۵. صادق باشید

شاید این مهم‌ترین قاعده باشد. همه‌ی ما پیش‌داوری‌های شخصی داریم. به ویژه هنگامی که تا حدودی عدم قطعیت وجود دارد، مهم است که اطمینان حاصل کنید که پیش‌داوری‌هایتان در مورد این که چیزها چگونه «باید» باشند بر نتیجه‌ی محاسبه‌های شما اثری نگذارد. اغلب متوجه شده‌ام که خودم دارم سعی می‌کنم به اجبار محاسبه آن طوری را که می‌خواهم در بیاید. در چنین مواقعی، مهم است که هنگام نتیجه‌گیری تخمین‌های محافظه‌کارانه و بیشترین شک را به کار گیرید.

۶. این کار را تکرار کنید و علامت‌های عددی بسازید

گفته‌ی قدیمی «کار نیکو کردن از پر کردن است» هنگامی که به تقریب می‌پردازیم به طور حتم واقعیت پیدا می‌کند. هرچه که بیشتر به آن بپردازید، انجام آن بهتر و تصور کردن اعداد آسان‌تر خواهد شد. طی زمان در جهان اعداد شما علامت‌هایی را نصب خواهید کرد که در هنگام حرکت به شما کمک کننده خواهد بود. برای مثال، هنگامی که شما چیزهایی مانند یک میلیون و یک میلیارد را می‌شنوید باید به خاطر داشته باشید که یک میلیون تعداد ثانیه‌ها در یک هفته و نیم است، در حالی که یک میلیارد ثانیه اندکی کم‌تر از ۳۲ سال است. دسترسی به چنین حقایقی برای مراجعه کردن، فهمیدن اعداد بزرگ را بسیار افزایش می‌دهد.

اعداد را ساده کنید

چیزی که تقریب را سریع و به ویژه آسان می‌کند این است که می‌توانید اعداد

را به شکل ساده‌تری بنویسید. برای مثال، از آنجایی که ما به تقریب عمل می‌کنیم، عدد ۳۹۷ به راحتی می‌تواند به ۴۰۰ تبدیل شود، زیرا این اختلاف با توجه به درجه‌ی دقتی که ما در نظر داریم اهمیتی ندارد. در زیر بعضی از حیل‌هایی را که من به کار می‌گیرم تا محاسبه آسان‌تر شود می‌آورم.

سراست‌کردن / ژندکردن

درست مانند همسفرمان در اتوبوس علاقه‌ای به دانستن وقت دقیق نداریم، بلکه وقت تقریبی برایمان مهم است. در بیشتر مواقع در این کتاب با دو عدد مهم سروکار داریم. هر چیزی که ۱۸۷ است ۱۹۰ می‌شود، و هر چیزی که ۷۴۳۲ است ۷۴۰۰ می‌شود. این عمل ریاضیات را آسان‌تر کرده و در وقت صرفه‌جویی می‌کند.

نمادگذاری توانی

افراد بسیاری ترجیح می‌دهند که اعداد نوشته شوند یا کلماتی مانند یک میلیون یا یک میلیارد را بشنوند («زیرا بیشتر معنی می‌دهند.» ولی آیا ما می‌توانیم واقعاً معنی بیشتری از آن استخراج کنیم. برای مثال بیشتر ما بسیار خوشحال خواهیم بود اگر یک میلیون یا یک میلیارد دلار داشته باشیم. با داشتن یک میلیون دلار تا پیش از آن که به پایان برسیم، می‌توانیم با روزی هزار دلار به مدت کم‌تر از سه سال زندگی کنیم. یک میلیارد دلار در چه مدت به پایان می‌رسد؟ شش سال؟ سی سال؟ ۲۷۴۰ سال چطور؟ درست است، اگر در زمان حضرت مسیح یک میلیارد دلار داشتیم، هنوز هم داشتیم آن را مصرف می‌کردیم، زیرا یک میلیارد هزار بار بیشتر از یک میلیون است.

تصور ما از اعداد بسیار بزرگ (و اعداد بسیار کوچک) زیاد خوب نیست ولی نمادگذاری توانی فکر کردن درباره آن‌ها را آسان می‌کند. در نمادگذاری توانی اعداد به شکل اعداد دهدهی با یک عدد، غیر از صفر، پیش از ممیز ضربدر ۱۰ به توان یک عدد نوشته می‌شوند. توان به ما می‌گوید که اگر بخواهیم تمامی عدد را بنویسیم چند بار باید ممیز را به طرف راست ببریم.